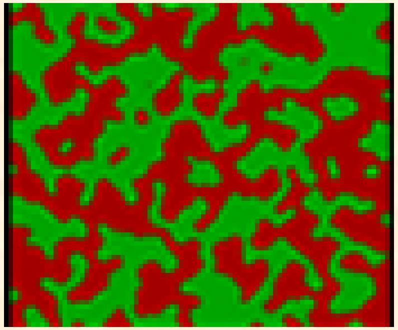
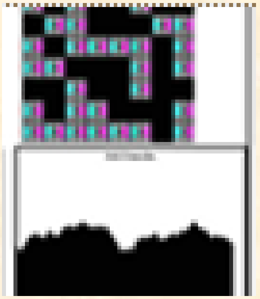
Függvényábrázolás I.

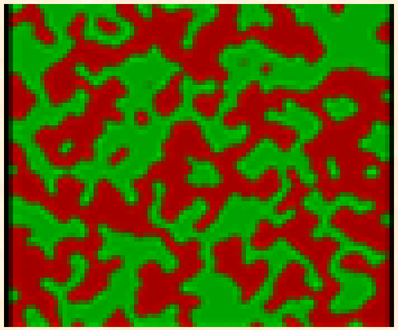
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

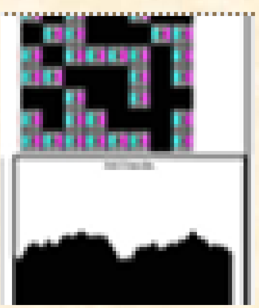




1. Elemi megoldás
2. Képernyőre transzformálás
3. Képernyőre transzformálás azonos nyújtási tényezővel
4. Képernyőre transzformálás azonos nyújtási tényezővel, origó helybenhagyása
5. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása a kép aljától
6. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása az X-tengelytől
7. A rajzolt pontok összekötése egyenessel

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények





1. Elemi megoldás

Jelölések:

Sx,Sy: a képernyő kiterjedése vízszintesen, függőlegesen

Ox,Oy: az (x,y)=(0,0)-hoz tartozó koordináta a képernyőn

[A,B]: a függvény értelmezési tartománya

L: ábrázolási lépésköz

Nx,Ny: x-, illetve y-irányú nyújtási tényező

Dx,Dy: x-, illetve y-irányú tartomány

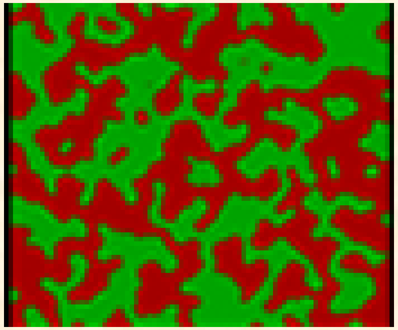
Xmax,Ymax: maximális x- és y-érték

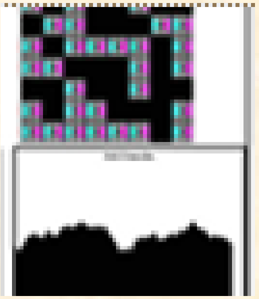
Xmin, Ymin: minimális x- és y-érték

x,y: a függvény I. pontja: (x(I), y(I)=f(x(I)))

Db: a rajzolandó pontok száma

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



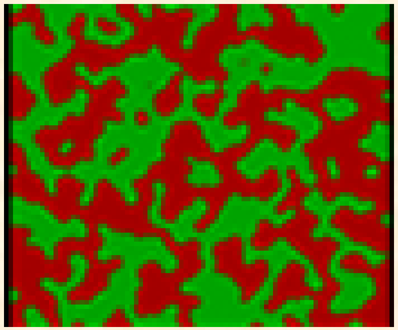


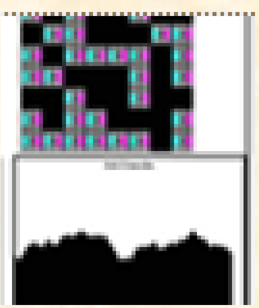
Probléma: a képernyő koordinátarendszere nem felel meg a matematikában használt koordináta-rendszernek.

Megoldás:

```
Pontrajzolás(x,y):
  Sor:=Oy-kerekít(y)
  Oszlop:=Ox+kerekít(x)
  Ha Sor≥0 és Sor≤Sy és
     Oszlop≥0 és Oszlop≤Sx
  akkor Pont(Oszlop,Sor)
Eljárás vége.
```

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

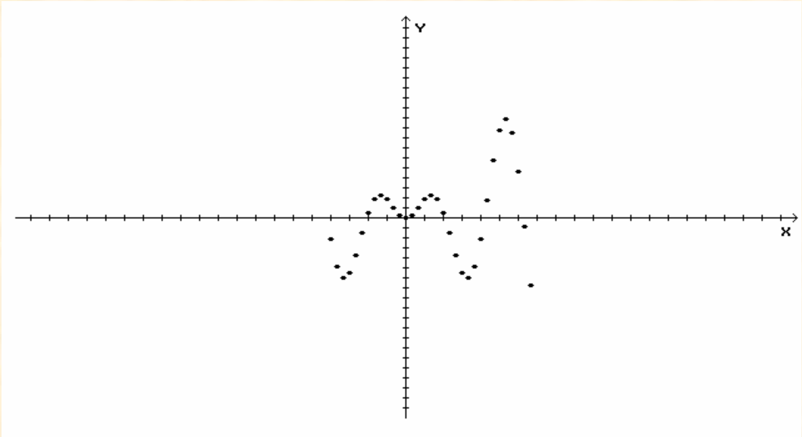




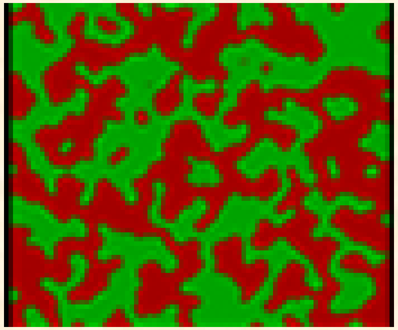
1. Elemi megoldás

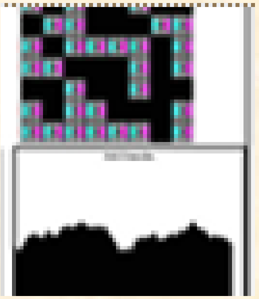
Ahogy jön egymásután a pont, úgy rajzoljuk a képernyőre.

```
Rajzolás:
  Ox:=Sx/2: Oy:=Sy/2
  Koordinátatengelyek(Ox,Oy)
  Ciklus i=1-től Db-ig
    Pontrajzolás(x(i),y(i))
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

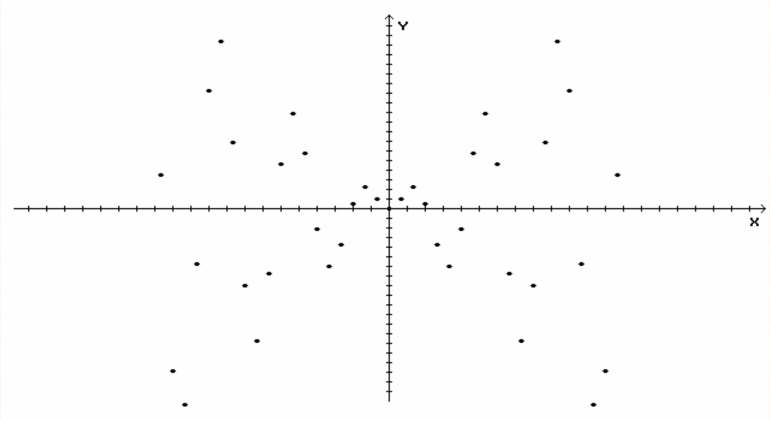




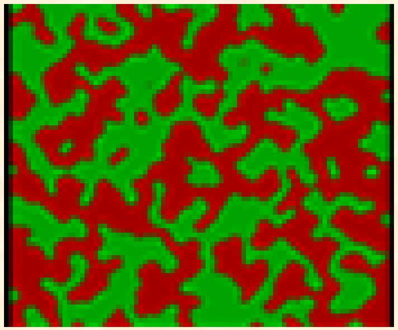
1. Elemi megoldás

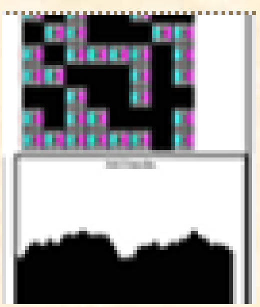
Problémák:

- Az ábra nem fér rá a képernyőre
- Az ábra a képernyő nagyon kis részét használja ki.
- Egy gyors változású függvénynél pontonként rajzolva esetleg nem látszik a függvény menete.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

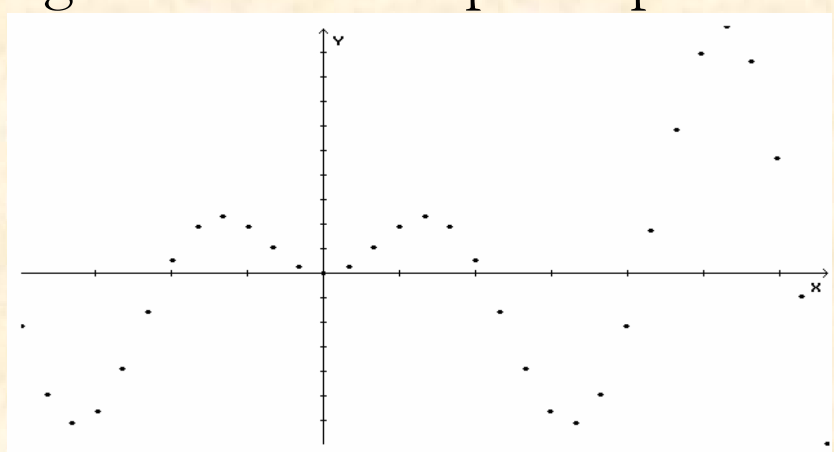




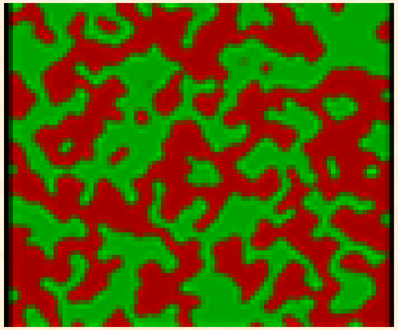
2. Képernyőre normálás

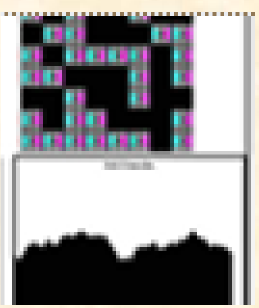
A cél a képernyő lehető legjobb kihasználása

- Transzformáljuk pontosan a képernyőre – a képernyőt a minimális x-koordinátájú ponttól a maximális x-koordinátájú pontig, illetve a minimális y-koordinátájú ponttól a maximális y-koordinátájú pontig használjuk!
- Az origó elmozdul a kép közepéről.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

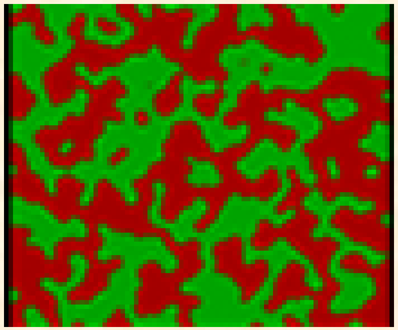




2. Képernyőre normálás

```
Rajzolás:
   Maxmin(Xmax,Xmin,Ymax,Ymin)
   Nx:=Sx/(Xmax-Xmin)
   Ny:=Sy/(Ymax-Ymin)
   Ox:=(0-Xmin)*Nx; Oy:=Sy-(0-Ymin)*Ny
   Koordinátatengelyek(Ox,Oy)
   Ciklus i=1-től Db-ig
      Pontrajzolás(x(i)*Nx,y(i)*Ny)
   Ciklus vége
Eljárás vége.
```

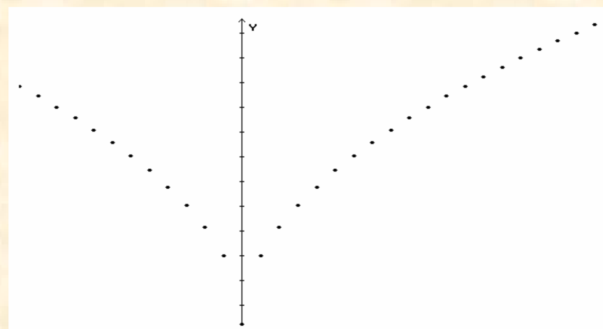
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

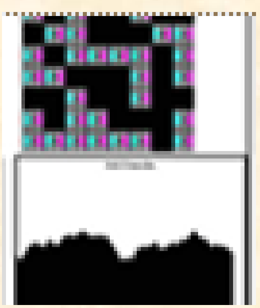


2. Képernyőre normálás

Problémák:

- Az origó elmozdul a kép közepéről.
- Lehetséges, hogy valamelyik tengely nem is látszik.



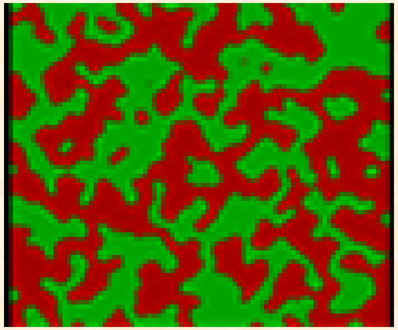


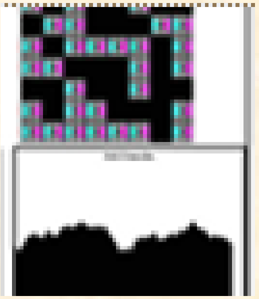
- A függvény képe torzulhat (Nx≠Ny esetén)

Előnyök:

- A kiszámolt pont mindig a képernyőn van.

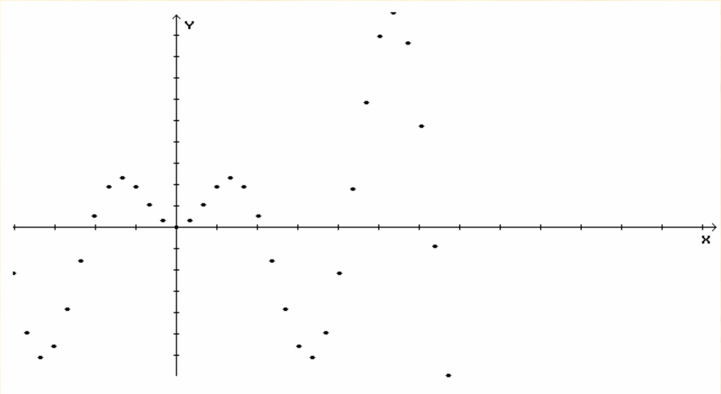
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



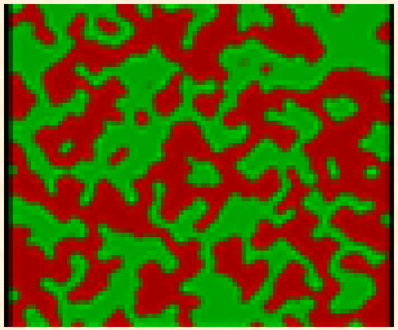


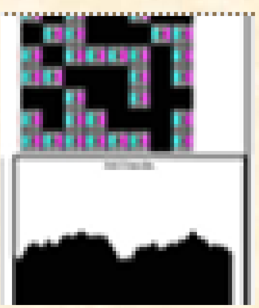
3. Képernyőre normálás azonos nagyítási tényezővel

- A két nagyítási tényezőből a kisebbet használjuk mindkét irányú nagyításra!
- Az ár a képernyő rosszabb kihasználása.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

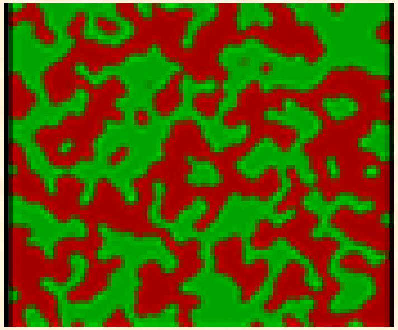


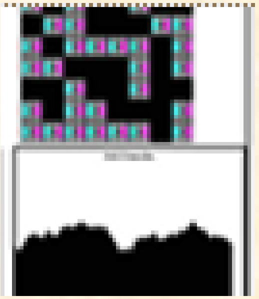


3. Képernyőre normálás azonos nagyítási tényezővel

```
Rajzolás:
   Maxmin(Xmax,Xmin,Ymax,Ymin)
   Nx:=Sx/(Xmax-Xmin)
   NY:=SY/(Ymax-Ymin)
   Ha Ny>Nx akkor Ny:=Nx
         különben Nx:=Ny
   OX:=(0-Xmin)*Nx; Oy:=Sy-(0-Ymin)*Ny
   Koordinátatengelyek(Ox,Oy)
   Ciklus i=1-től Db-ig
     Pontrajzolás(x(i)*Nx,y(i)*Ny)
   Ciklus vége
Eljárás vége.
```

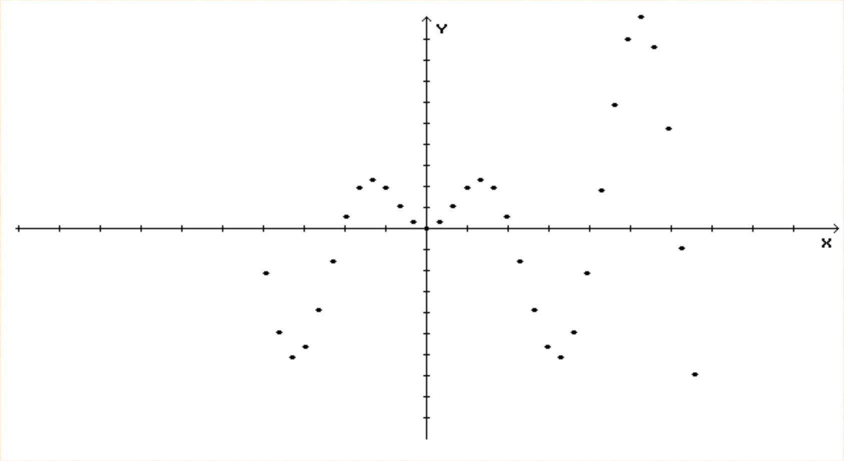
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



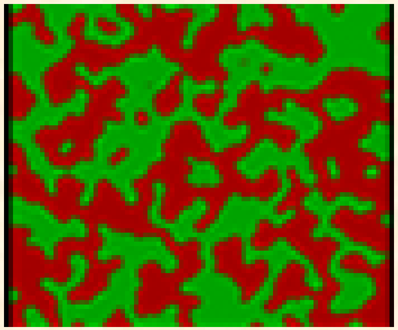


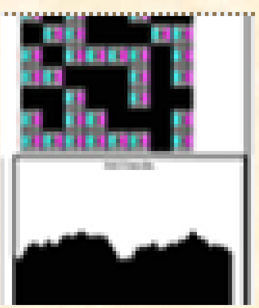
4. Képernyőre normálás az origó helybenhagyásával

- A függvény képét szimmetrikus tartományra egészítjük ki Xmax, Xmin, Ymax, Ymin célszerű megválasztásával.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

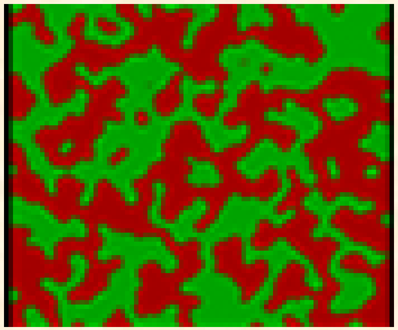




4. Képernyőre normálás az origó helybenhagyásával

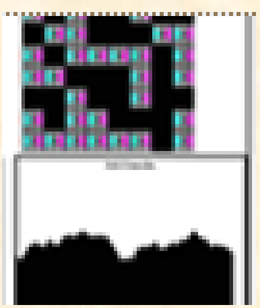
```
Rajzolás:
   Maxmin(Xmax,Xmin,Ymax,Ymin)
   Ha |Xmax|>|Xmin| akkor Xmin:=-Xmax
                    különben Xmax:=-Xmin
   Ha |Ymax|>|Ymin| akkor Ymin:=-Ymax
                    különben Ymax:=-Ymin
   ...
Eljárás vége.
```

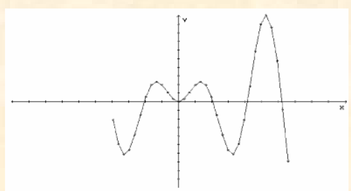
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

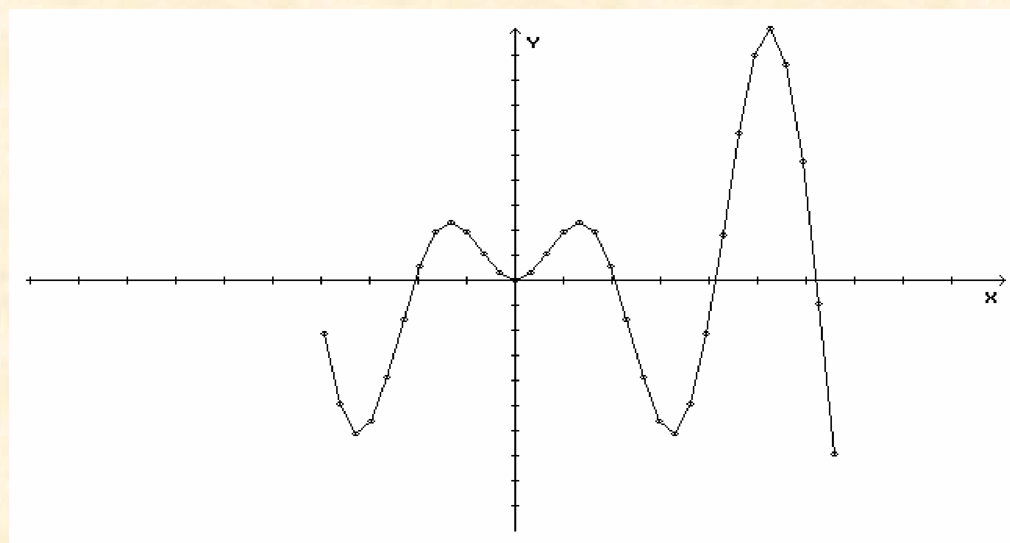


5. A pontok összekötése egyenessel

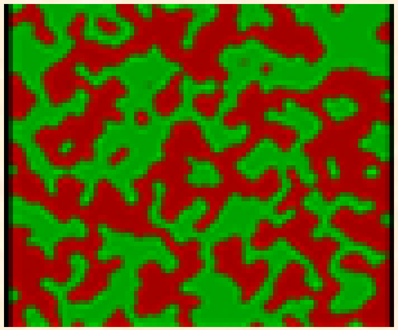
- Kössük össze a kapott pontokat egyenesekkel, hogy jobban lássuk a függvény menetét!

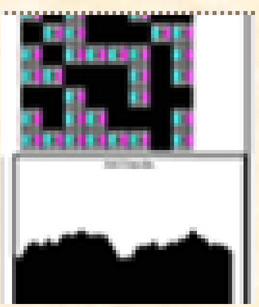






Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

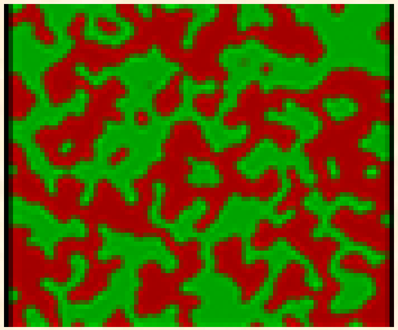


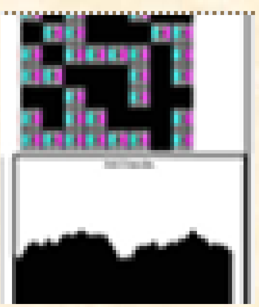


5. A pontok összekötése egyenessel

```
Rajzolás:
  ...
  Pontrajzolás(x(1)*Nx,y(1)*Ny)
  Ciklus i=2-től Db-ig
    Szakaszrajzolás(x(I)*Nx,y(I)*Ny)
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

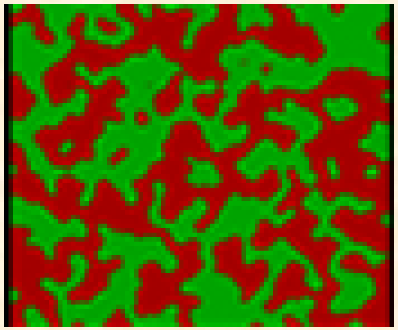




5. A pontok összekötése egyenessel

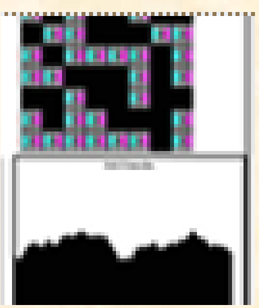
```
Pontrajzolás(x,y):
  Sor:=Oy-kerekítés(y)
  Oszlop:=Ox+kerekítés(x)
  Pont(Oszlop,Sor)
  Eoszlop:=Oszlop; Esor:=Sor
Eljárás vége.
Szakaszrajzolás(x,y):
  Sor:=Oy-kerekítés(y)
  Oszlop:=Ox+kerekítés(x)
  Szakasz(Oszlop,Sor,Eoszlop,Esor)
  Eoszlop:=Oszlop; Esor:=Sor
Eljárás vége.
```

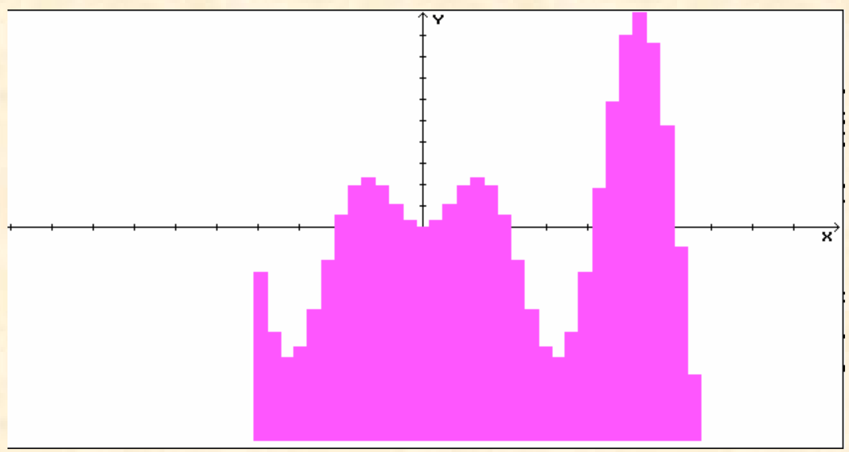
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



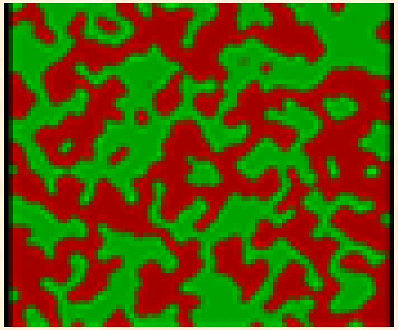
6. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása

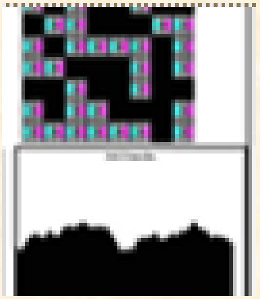
- Rajzoljunk a kép aljától a függvényértéknek megfelelő magasságig egy téglalapot!





Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

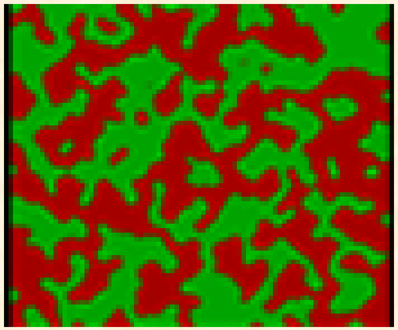




6. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása

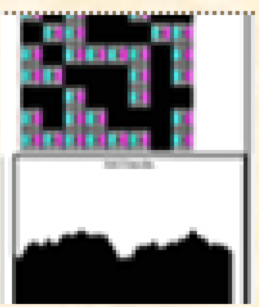
```
Rajzolás:
   ...
   Ciklus i=2-től Db-ig
      Téglalaprajzolás(x(I)*Nx,y(I)*Ny,
                         L*Nx-1,Sy)
   Ciklus vége
Eljárás vége.
Téglalaprajzolás(X,Y,Szél,Alja):
   Sor:=Oy-kerekítés(y)
   Oszlop:=Ox+kerekítés(x)
   Téglalap(Oszlop-Szél/2,Sor,
             Oszlop+Szél/2,Alja)
Eljárás vége.
```

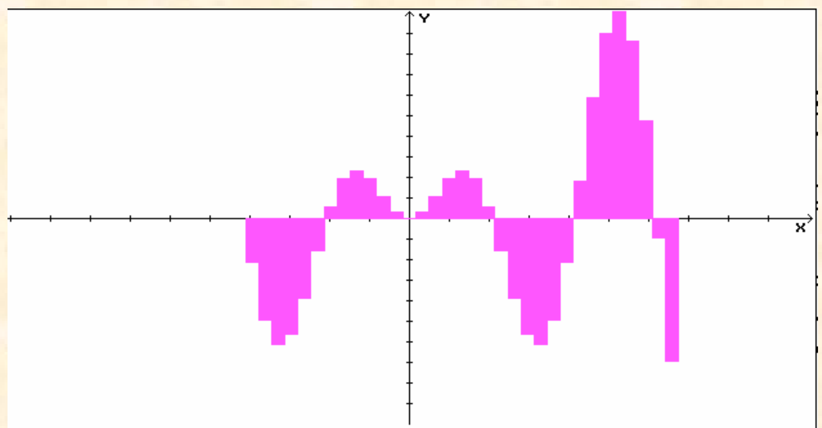
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



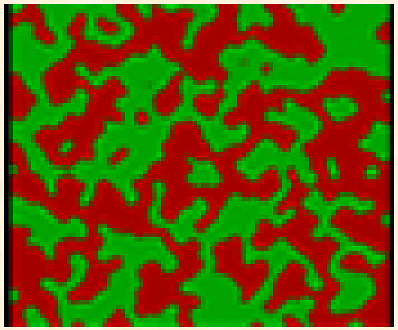
7. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása az x-tengelytől

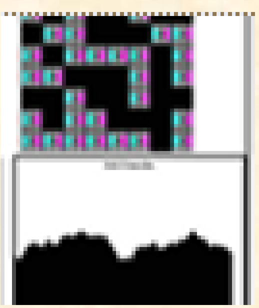
- Rajzoljunk az x-tengelytől a függvényértéknek megfe-lelő magasságig egy téglalapot!





Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

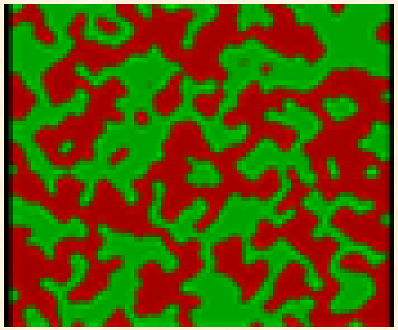


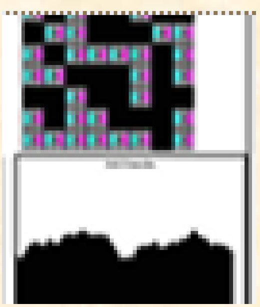


7. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása az x-tengelytől

```
Rajzolás:
   ...
   Ciklus i=2-től Db-ig
      Téglalaprajzolás(x(I)*Nx,y(I)*Ny,
                       L*Nx-1)
   Ciklus vége
Eljárás vége.
Téglalaprajzolás(X,Y,Szél):
   Sor:=Oy-kerekítés(y)
   Oszlop:=Ox+kerekítés(x)
   Téglalap(Oszlop-Szél/2,Sor,
            Oszlop+Szél/2,Oy)
Eljárás vége.
```

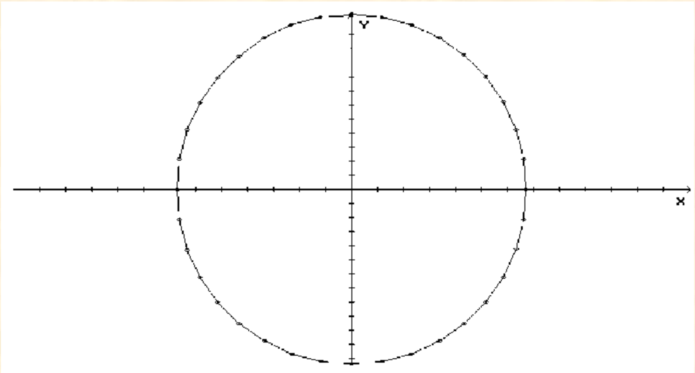
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



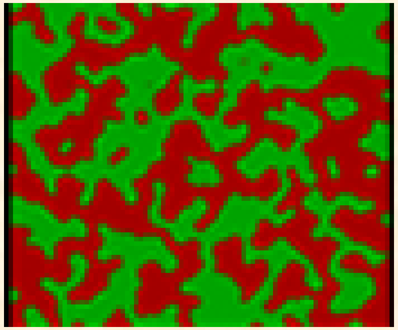


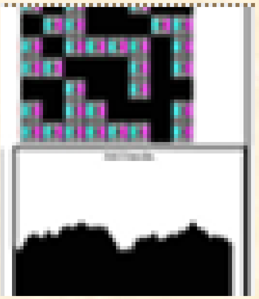
Paraméteres görbék

- $f(x,y)=x^2+y^2-r^2=0 \rightarrow x(t)=r*\cos(t),\ y(t)=r*\sin(t)$
- Az x- és az y-értékeket is számoljuk t-ből!



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

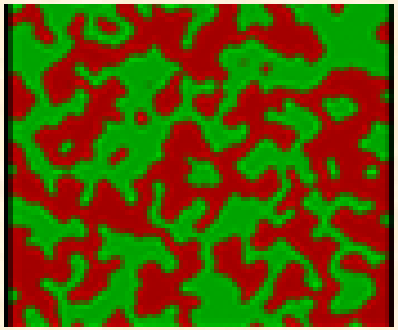




Közelítő görbe: N+1 ponthoz létezik N.-fokú polinom, ami az összes ponton átmegy:

$$\sum_{j=0}^{n} y_j * \prod_{i \neq j} \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



A rajzolt pontok összekötése harmadfokú spline-nal:

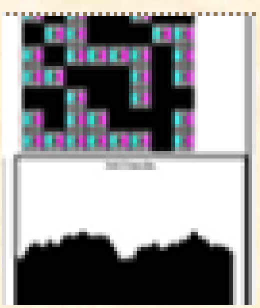
$$S_i(x)=\sum_{k=0}^{3} a_{ik}x^k$$

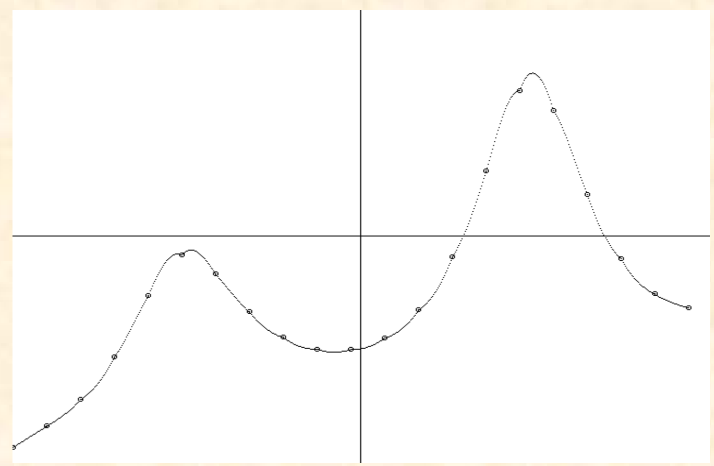
ahol $S_i(x_{i-1})=y_{i-1},\ S_i(x_i)=y_i$ i=1,...,N

$S_i'(x_i)=S_{i+1}'(x_i),\ S_i''(x_i)=S_{i+1}''(x_i)$ i=1,...,N-1

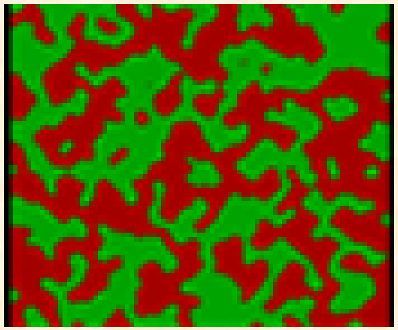
Kell még 2 egyenlet a 4*N ismeretlenhez:

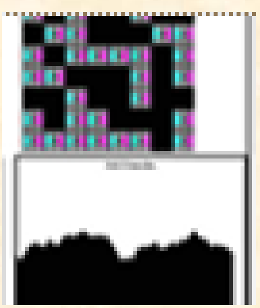
$S_1'(x_0)=s_1,\quad S_n'(x_n)=s_2$





Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

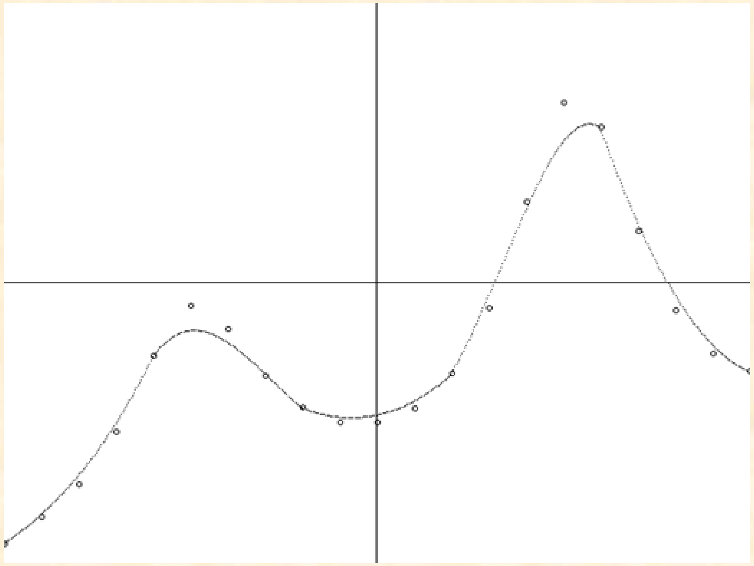




Bezier görbe ($0 \le t \le 1$):

$$B_x(t) = \sum_{i=0}^{n} x_i * B_{in}(t) \quad \text{és} \quad B_y(t) = \sum_{i=0}^{n} y_i * B_{in}(t)$$

ahol $B_{in}(t) = \binom{n}{i} * t^i * (1-t)^{n-i}$




Vége