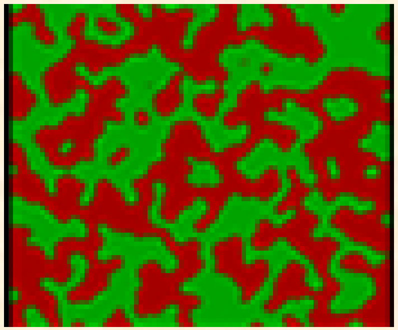
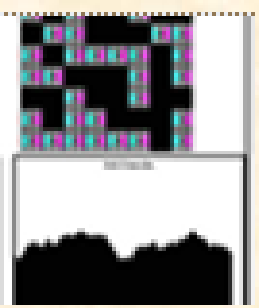
Véletlen események

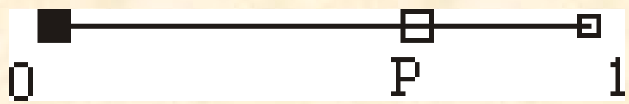
Véletlen események





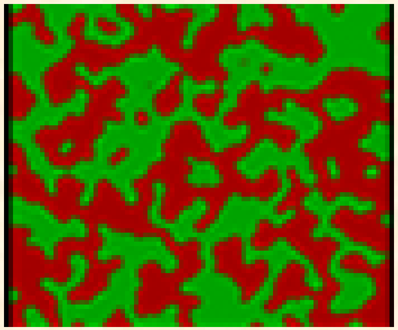
2 esemény, kizáróak, rajtuk kívül más nem lehet.

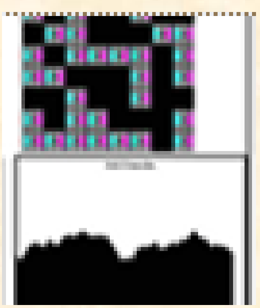
- A esemény P valószínűségű
- B esemény 1-P valószínűségű




```
…
Ha véletlenszám<P akkor A esemény
                különben B esemény
…
```

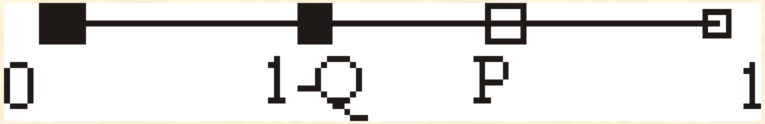
Véletlen események





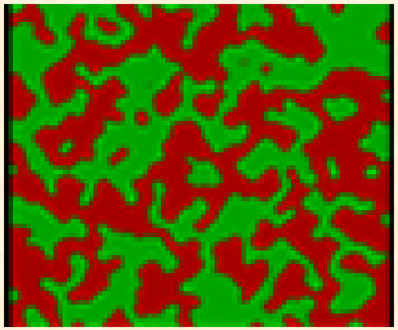
2 esemény, nem kizáróak, rajtuk kívül más nem lehet.

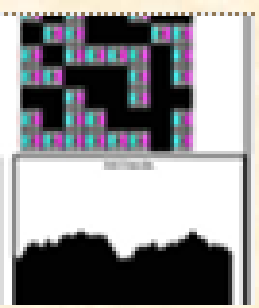
- A esemény P valószínűségű
- B esemény Q (P+Q>1) valószínűségű




```
…
x:=véletlenszám
Ha x<P akkor A esemény
Ha x≥1-Q akkor B esemény
…
```

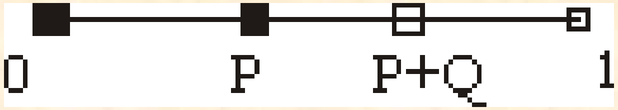
Véletlen események





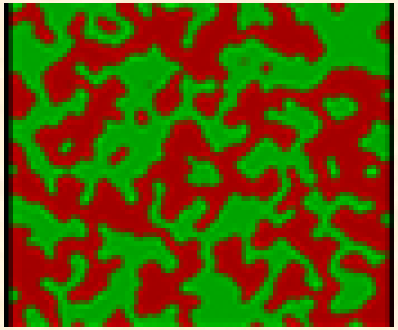
2 esemény, kizáróak, rajtuk kívül más is lehet.

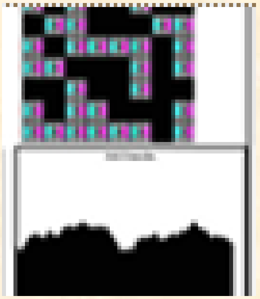
- A esemény P valószínűségű
- B esemény Q (P+Q<1) valószínűségű




```
…
x:=véletlenszám
Ha x<P akkor A esemény
különben ha x<P+Q akkor B esemény
…
```

Véletlen események





N esemény, kizáróak, rajtuk kívül más nem lehet, egyenlő valószínűségűek: minden esemény 1/N valószínűségű

0≤véletlenszám<1 →

0≤N*véletlenszám<N →

1≤N*véletlenszám+1<N+1 →

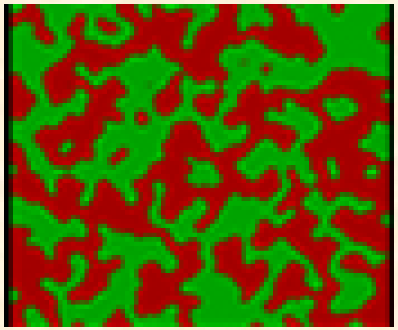
1≤egészrész(N*véletlenszám+1)≤N

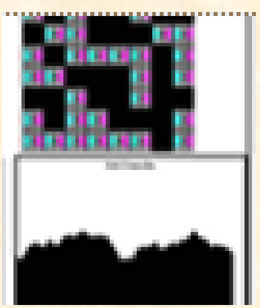
…

```
V:=egészrész(N*véletlenszám+1)
```

…

Véletlen események





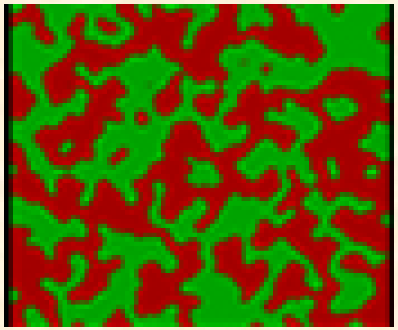
N esemény, kizáróak, rajtuk kívül más nem lehet, különböző (P_i) valószínűségűek.

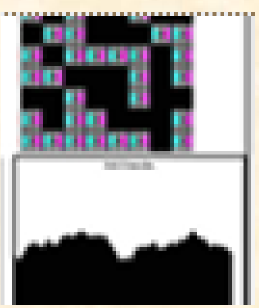
```
…
v:=1; h:=P(v); x:=véletlenszám
Ciklus amíg x≥h
  v:=v+1; h:=h+P(v)
Ciklus vége
…
```

Kérdés: biztos befejeződik a ciklus?

$$\sum_{i=1}^{N} P_i = 1$$

Véletlen események



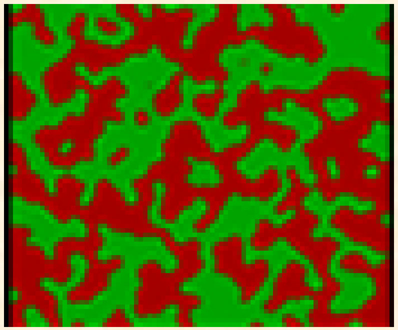


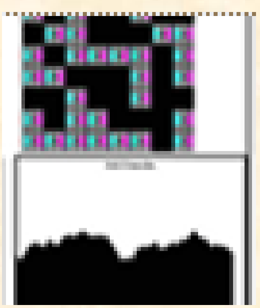
Végtelen sok esemény, kizáróak, rajtuk kívül más nem lehet, különböző (P_i) valószínűségűek.

Adot $\varepsilon>0$ számhoz legyen m a legnagyobb index, amire $P_m>\varepsilon$!

```
…
v:=1; h:=P(v); x:=véletlenszám
Ciklus amíg x≥h és v≤m
  v:=v+1; h:=h+P(v)
Ciklus vége
…
```

Véletlen események





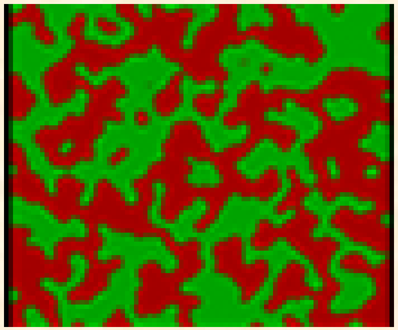
Binomiális eloszlás (hányszor következik be egy p valószínűségű esemény n kísérletből):

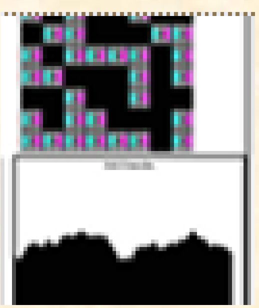
$$\mathrm{p}(\mathrm{i}) = \binom{n}{i} p^{i} (1-p)^{n-i}$$

Ekkor tehát adott N+1 kizáró esemény (0-szor következik be, 1-szer következik be, …) különböző valószínűségekkel. Az események teljes eseményrendszert alkotnak.

Így használható a második, véges sok eseményre vonatkozó módszer.

Véletlen események



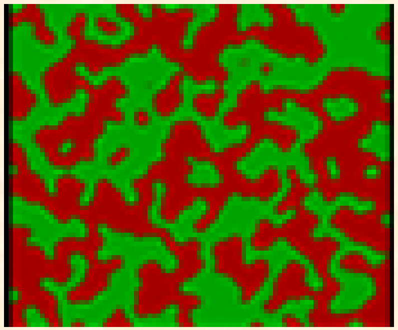


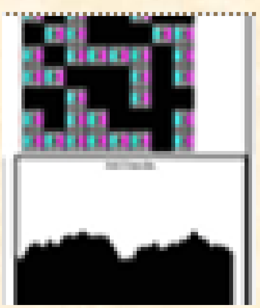
Binomiális eloszlás (hányszor következik be egy p valószínűségű esemény n kísérletből):

$$\chi_p(x) = \begin{cases} 1, & ha \quad x < p \\ 0, & ha \quad x \geq p \end{cases} \qquad v := \sum_{j=1}^{n} \chi_p(R)$$

```
…
v:=0
Ciklus j=1-től n-ig
  Ha véletlenszám<p akkor v:=v+1
Ciklus vége
…
```

Véletlen események



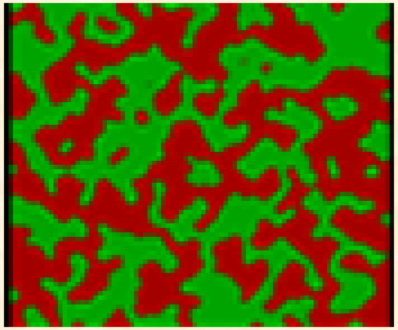


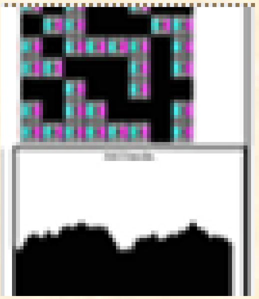
Geometriai eloszlás (egy p valószínűségű esemény első bekövetkezésének sorszáma):

$$p(i) = (1 - p)^{i-1} p$$

Ekkor van végtelen sok kizáró eseményünk ($i \geq 1$), amire alkalmazható az utolsó alapmódszer.

Véletlen események





Geometriai eloszlás (egy p valószínűségű esemény első bekövetkezésének sorszáma):

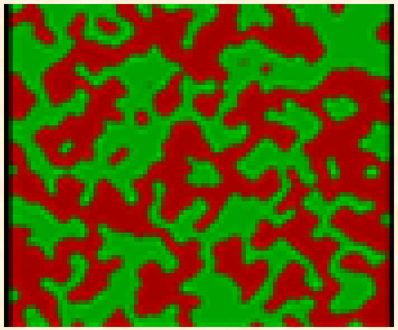
…

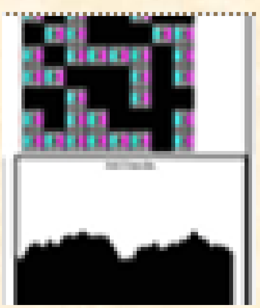
```
v:=1
Ciklus amíg véletlenszám≥p
  v:=v+1
Ciklus vége
```

…

Kérdés: lehet a ciklus végtelen (ha a p=0-t kizárjuk)?

Véletlen események





Geometriai eloszlás (egy p valószínűségű esemény első bekövetkezésének sorszáma):

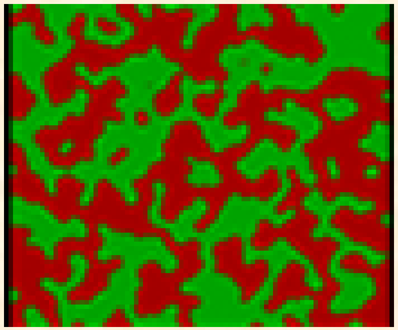
Belátható, hogy egy véletlenszámra

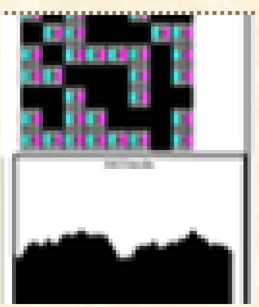
$$n-1<\frac{\ln(\textit{véletlenszám})}{\ln(1-p)}\le n$$

éppen p(n) valószínűséggel igaz, azaz

$$v:=\left\lceil\frac{\ln(\textit{véletlenszám})}{\ln(1-p)}\right\rceil$$

Véletlen események





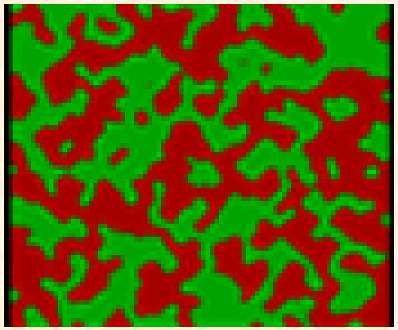
Poisson eloszlás (esemény bekövetkezé-sének gyakorisága):

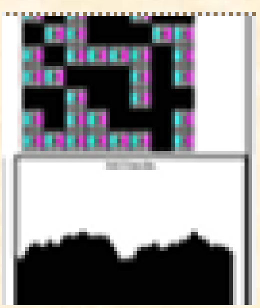
$$p(i) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$$

Olyan v-t kell találni, amelyre:

$$e^{-\lambda} \sum_{j=0}^{v-1} \frac{\lambda^j}{j!} \le véletlenszám < e^{-\lambda} \sum_{j=0}^{v} \frac{\lambda^j}{j!}$$

Véletlen események



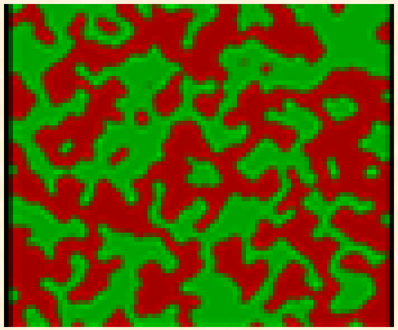


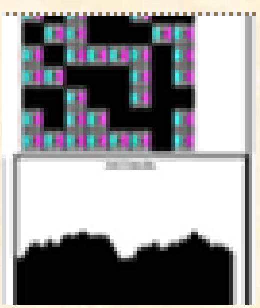
Poisson eloszlás (esemény bekövetkezé-sének gyakorisága):

```
…
T(0):=1; S(0):=T(0); v:=1
x:=véletlenszám*exp(λ)
Ciklus amíg x≥S(v-1)
   T(v):=T(v-1)*λ/v
   S(v):=S(v-1)+T(v)
   v:=v+1
Ciklus vége
…
```

$$e^{-\lambda}\sum_{j=0}^{v-1}\frac{\lambda^j}{j!}$$

Véletlen események





Normális eloszlás :

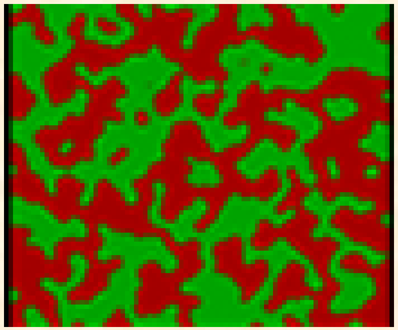
Állítás: Független valószínűségi változók összege normális (Gauss-) eloszlást követ, ha a tagok száma minden határon túl növekszik.

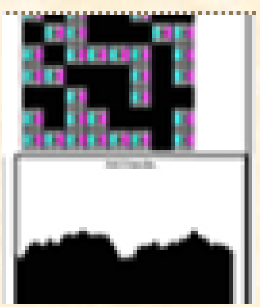
Adott várható értékű (m) és a szórású (s) valószínűségi változókra az alábbi összeg a standard normális eloszlást közelíti:

$$\frac{1}{s*\sqrt{n}}*\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)$$

Most $m=\frac{1}{2}$ és $s=\frac{1}{\sqrt{12}}$.

Véletlen események





Normális eloszlás :

```
…
S:=0
Ciklus i=1-től n-ig
  S:=S+Véletlenszám
Ciklus vége
V:=gyök(12)/gyök(n)*(S-n/2)
…
```

Megjegyzés: Ha $n=12*m^2$ alakú, akkor az utolsó képlet:

```
V:=(S-n/2)/m
```


Vége