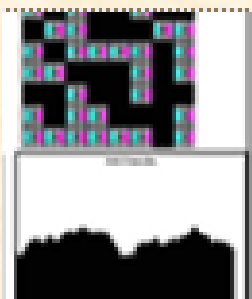
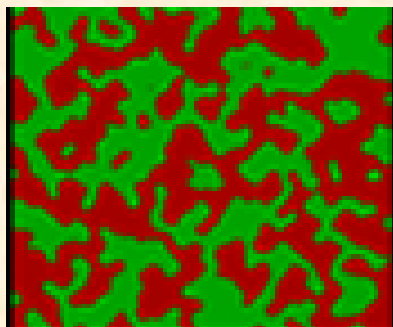




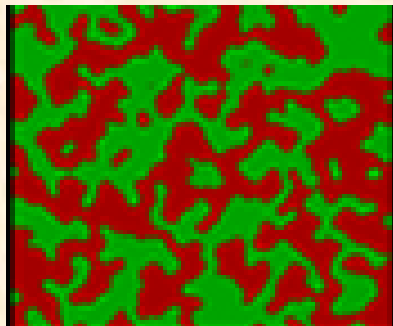
# Véletlenszámok

# Véletlenszámok



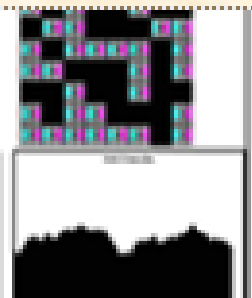
- Valószínűség-számítási alapfogalmak:
- Esemény, elemi esemény
  - Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség
  - Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, függetlenség
  - Várható érték, szórásnégyzet

# Véletlenszámok

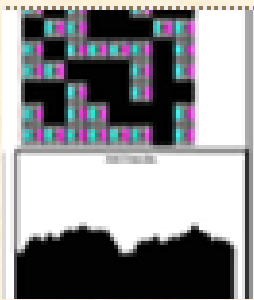
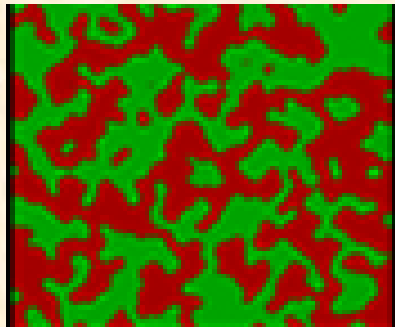


## Követelmények:

- minden lehetséges kimenetele előbb-utóbb bekövetkezzen
- az előzőekből ne lehessen következtetni a következőre
- szokásos problémái: periodikus, illetve elfajulhat



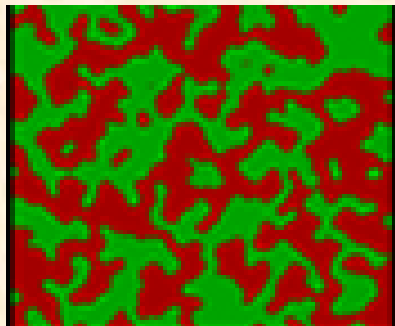
# Véletlenszámok



Megvalósítás:

- $V_0$  kezdőszám választása
- $V_{n+1} := f(V_n)$
- $0 \leq V_i < M$  egész számok
- kezdőszám ne legyen megismételhető –  
belső óra használata
- miért nem jó az óra általában véletlenszám  
készítésre?

# Véletlenszám előállítási módszerek

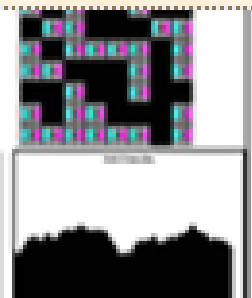


## Négyzetközép módszer

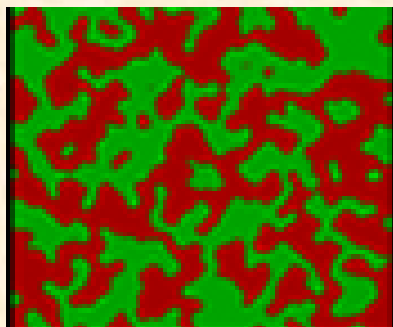
- $v_0$  := tetszőleges  $K$  jegyű egész szám
- $v_{n+1} := v_n * v_n$  középső  $k$  számjegye

## Szorzatközép módszer

- $v_0$  := tetszőleges  $K$  jegyű egész szám
- $v_{n+1} := A * v_n + B$  középső  $k$  számjegye



# Véletlenszám előállítási módszerek



## Szoratközép módszer

Program:

```
Be: R0; A:=11; B:=53
```

```
Ciklus amíg szükséges
```

```
Ki: R0
```

```
R:=egészcím ( (R0*A+B) /10)
```

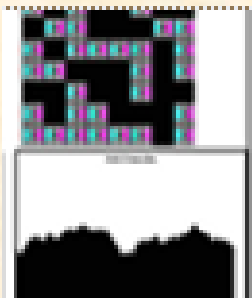
```
R0:=R-100*egészcím (R/100)
```

```
Ciklus vége
```

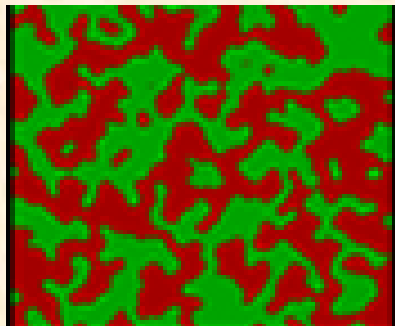
Program vége.

Ha pl.  $R0=73$ , akkor ezt kapjuk:

73, 85, 98, 13, 19, 26, 33, 41, 50, 60, 71, 83, 96, 10,  
16, 22, 29, 37, 46, 55, 65, 76, 88, 2, 7, 13, 19...



# Véletlenszám előállítási módszerek



## Lineáris kongruencia módszer

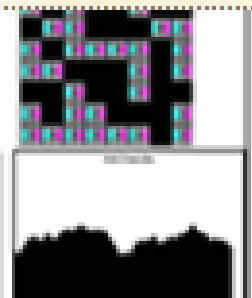
- $v_0 :=$  tetszőleges egész szám
- $v_{n+1} := (a * v_n + c) \bmod m$

Állítás: Ha  $m = 2^k$ ,  $a = 4 * x + 1$ ,  $(c, m) = 1$  (és  $m$  prímosztói  $a-1$ -nek is prímosztói), akkor  $m$  lesz a periódushossz

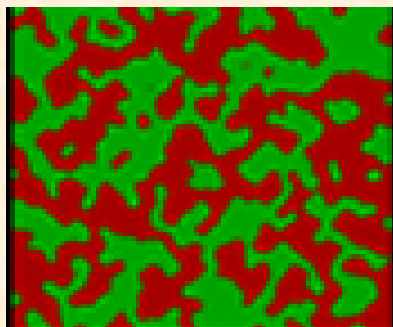


## Nemlineáris kongruencia módszer

- $v_{n+1} := f(v_n) \bmod m$  képletben  $f$  nemlineáris függvény,  $f$  több korábbi értéktől függ, ...

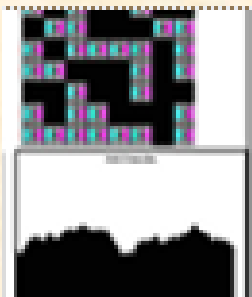


# Véletlenszám előállítási módszerek



Megjósolhatóság kérdése

- $v_0$  := nem ismert
- $a, c$  nem ismert
- $m$  nem ismert?
  - $x_i := v_i / m$  valós szám!
  - ha  $0 \leq v_i < m$ , akkor  $0 \leq x_i < 1$ !



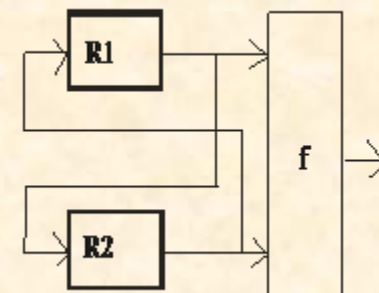
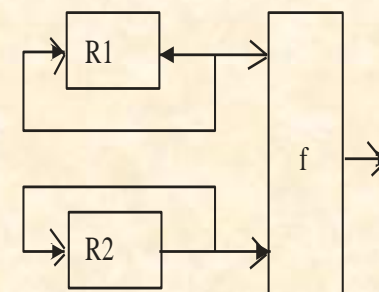
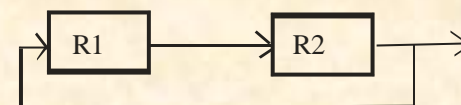
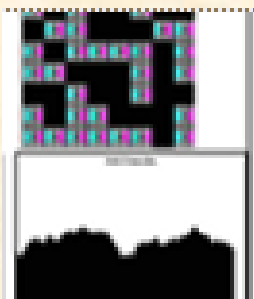
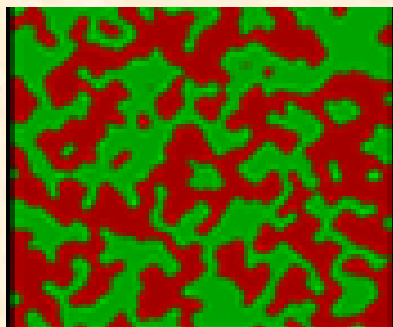


# Véletlenszám előállítási módszerek



## Kombinált módszerek

- soros kapcsolás
- párhuzamos kapcsolás
- visszacsatolósos kapcsolás

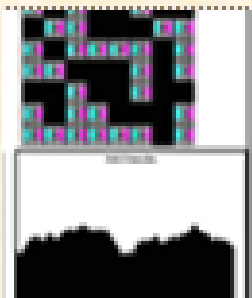
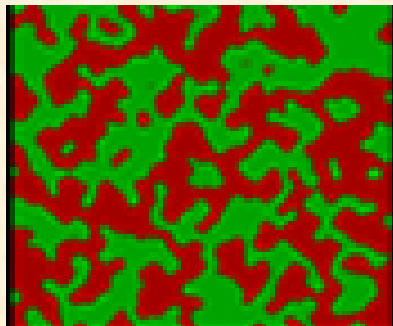


# Véletlenszám előállítási módszerek

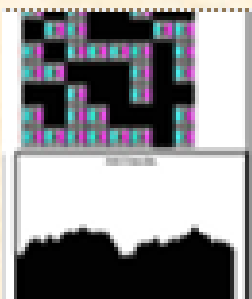
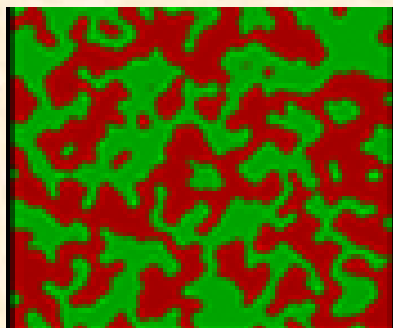


## Kombinált módszerek

- Az  $f$  függvény megvalósítási lehetőségei
  - speciális művelet (pl. bitenkénti kizáró vagy) a 2 véletlenszám között
  - zavarás
  - keverés
  - egyik a másik számaiból választ
  - egyik a másik véletlen tagjait helyettesíti
  - ...



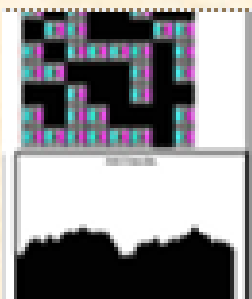
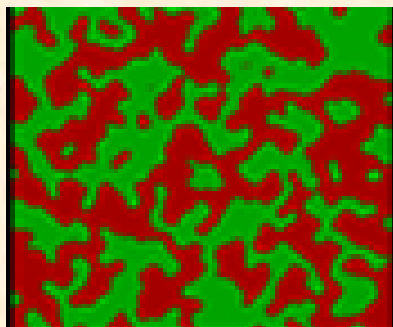
# Véletlenszámok ellenőrzése



Mit nevezünk véletlennek

- 1-egyenletes – a  $v_i$  véletlenszámok a  $[0, M)$  intervallum bármely  $[a, b)$  részintervallumába esés valószínűsége csak az intervallum hosszától függ
- 2-egyenletes – a  $(v_i, v_{i+1})$  véletlenszám párok a  $([0, M), [0, M))$  négyzet bármely  $([a, b), [c, d))$  résztéglalapjába esés valószínűsége csak a téglalap területétől függ
- $K$ -egyenletes – ...
- $\infty$ -egyenletes – minden  $K$ -ra  $K$ -egyenletes

# Véletlenszámok ellenőrzése



## Módszerek

- számjegy gyakoriság vizsgálat
- számjegysorozat gyakoriság vizsgálat
- számminták gyakorisága
- kombinációk gyakorisága (póker teszt)
- futampróba
- szériavizsgálat
- 1-, 2-egyenletesség vizsgálat
- hézagpróba

A high-angle, top-down view of a modern building's atrium. The central feature is a large, square skylight with a grid of white frames. The surrounding walls are composed of a grid of red panels, with numerous windows integrated into the design. The perspective is from above, looking down into the space.

Vége