A kísérletkiértékelés módszerei

I. Alapfogalmak

1. minta, mintaelem, mintanagyság, rendezett minta
2. statisztika: mintatér $\rightarrow$ **R**

II. Megfigyelések

1. Mit figyeljünk meg? (független paraméterek)
2. Mennyi paramétert figyeljünk meg? (1: átlag, szórás, eloszlás, 2: y=f(x)?, ...)
3. Mely paramétereket figyeljük meg? (paraméterek rangsora)
4. Hogyan válasszunk mintaelemeket, hány kísérletet végezzünk? ($\rightarrow$mintavétel)
5. Glivenko-tétele: független, azonos eloszlású (F eloszlásfüggvényű) mintaelemekből képezett tapasztalati eloszlásfüggvény 1 valószínűséggel egyenletesen tart az F eloszlásfüggvényhez.

III. A mintavétel módszerei (mintaelemek függetlenek, azonos eloszlásúak legyenek)

1. egyszerű véletlen mintavétel
2. többfokozatú mintavétel
3. sorozatos (szekvenciális, Wald-módszer) mintavétel
4. csoportos mintavétel
    - egylépéses (teljes csoportok)
    - kétlépéses (a kiválasztott csoportokból választunk elemeket)
5. rácsmódszerek

IV. Méréskiértékelés (torzítatlan, hatásos, konzisztens becslés)

1. A várható érték mérőszámai: Átlag, medián (F(x)=0.5 megoldása), modus (leggyakoribb érték), p-kvantilis (F(x)=p megoldása)
2. A szóródás mérőszámai: szórás, szórásnégyzet, átlagos abszolúteltérés, mintaterjedelem, korrigált tapasztalati szórásnégyzet, szórási együttható (=szórás/átlag)
3. Kovariancia: $\operatorname{cov}(X,Y) = \dfrac{\sum (x_i - M(X)) * (y_i - M(Y))}{n}$

    Korreláció: $r(X,Y) = \dfrac{\operatorname{cov}(X,Y)}{D(X) * D(Y)}$

    Lineáris regresszió: Y=aX+b $\rightarrow \sum (y_i - ax_i + b)^2$ minimális legyen

    Nemlineáris regresszió:

    - $Y=aX^b$: $X_0=\ln X$, $Y_0=\ln Y \rightarrow Y_0=\ln a + b X_0$
    - $Y=ae^{bX}$: $Y = \ln Y \rightarrow Y = \ln a + b X$
    - $Y=a/X$: $X_0=1/X \rightarrow Y=aX_0$

4. Konfidencia-intervallum (a keresett érték p valószínűséggel benne van)

$$K_k = M(K) - t\frac{D(K)}{\sqrt{n}},\quad K_v = M(K) + t\frac{D(K)}{\sqrt{n}},$$ ahol t=t(p,N,f) úgy, hogy

$$p = \int_{K_k}^{K_v} f(x)\,dx$$

5. Hipotézisvizsgálat

nullhipotézis

statisztikai próba: a nullhipotézis elfogadása vagy elutasítása ez egy függvény, amely meghatároz egy [A,B] intervallumot, amibe a keresett érték p valószínűséggel esik.

elsőfajú hiba: elutasítjuk, de igaz

másodfajú hiba: elfogadjuk, de nem igaz

6. Statisztikai becslések

Illeszkedés-vizsgálat: adott eloszlású-e a minta (P(ξ<x)=F(x))? (N elem, k intervallum)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(s_i - nP_i)^2}{nP_i}$$ K–1 szabadsági fokú c^2-eloszlású,

ha $P_i=F(x_i)–F(x_{i-1})$, s_i= az $[x_{i-1},x_i)$-ba esés relatív gyakorisága

Homogenitás-vizsgálat: két minta azonos eloszlású-e (P(x<x)=P(h<x))?

$$\chi^2 = nm\sum_{i=1}^{K} \frac{\left(\frac{s_i}{n} - \frac{t_i}{m}\right)^2}{s_i + t_i}$$ K–1 szabadsági fokú χ^2–eloszlású,

Függetlenség-vizsgálat: két eseményrendszer független-e (K elem, N, illetve M intervallum)

(P(ξ<x,η<y))=P(ξ<x)*P(η<y))?

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \frac{(s_{ij} - Kp_i q_j)^2}{Kp_i q_j}$$ nm–1 szabadsági fokú χ^2–eloszlású

$$\chi^2 = K\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \frac{\left(s_{ij} - \frac{t_i u_j}{K}\right)^2}{t_i u_j}$$ (n–1)(m–1) szabadsági fokú χ^2–eloszlású, ahol s_{ij} két esemény együttes gyakorisága, t_i,u_j pedig az egyik, illetve másik rendszerbeli események gyakoriságai.

F–próba: két normális eloszlású minta azonos szórású-e (D(ξ)=D(η))?

$F = \max\left(\frac{d_1^{*2}}{d_2^{*2}}, 1\right)$ $(n_1-1)(n_2-1)$ paraméterű F–eloszlású (kétoldali próbánál az 1 helyett a tört reciproka szerepel)

t–próba: egy normális eloszlású minta várható értéke M (M(ξ)=M)?

két normális eloszlású minta várható értéke megegyezik-e (M(ξ)=M(η))?

$$t = \frac{\overline{x}-M}{d^*}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}} = \frac{\overline{x}-M}{d}$$ n–1 paraméterű t–eloszlású

u–próba: ugyanaz, ha a szórások (D, D_1, D_2) ismertek (a statisztika normális eloszlású).

$$u = \frac{\overline{x}-M}{D}\sqrt{n}$$ normális–eloszlású

$$u = \frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{\frac{D_1^2}{n_1}+\frac{D_2^2}{n_2}}}$$ normális–eloszlású

V. Hibás adatok kiszűrése

1. Hihetőségvizsgálat
2. Szélsőértékek elhagyása
3. Szóráson kívüliek elhagyása
4. Mozgóátlagolás (azonos várható érték, szórásnégyzet pedig 2K+1-ed része az eredetinek)

VI. Oszlop- és kördiagramok

1. Álló oszlopdiagram: képre transzformálás
2. Növekvő oszlopdiagram: normálás menet közben
3. Időben változó oszlopdiagram:
   - új ablak
   - elölről kezdés törlés nélkül
   - elölről kezdés előtörléssel
   - ablak eltolás
4. Kördiagram: körívek + szakaszok + festés